

УДК 629.429.3:621.313

**Б. Г. Любарский**, канд. техн. наук  
Национальный технический  
университет «Харьковский  
политехнический институт»

## **МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СИНХРОННОГО ТЯГОВОГО ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ С ВОЗБУЖДЕНИЕМ ОТ ПОСТОЯННЫХ МАГНИТОВ**

В настоящее время пассажирский железнодорожный и городской электрический транспорт Украины не в полном объеме удовлетворяет потребности общества. В первую очередь, это касается качества услуг, где одним из проблемных вопросов является недостаточная энергоэффективность перевозок.

Важнейшим элементом подвижного состава является тяговый электропривод, поскольку в нем происходит преобразование электрической энергии, потребляемой из контактной сети, в механическую работу по перемещению подвижного состава. Энергетическая эффективность этого преобразования имеет непосредственное влияние на эксплуатационные расходы и в сочетании с расходами на обслуживание определяет конкурентоспособность железнодорожных пассажирских перевозок [1]. Создания тягового электропривода для современного подвижного состава должно осуществляться на базе новых технических решений, с применением новых технологий, направленных на повышение энергетической эффективности и снижении затрат жизненного цикла.

В работе [2] проведен сравнительный анализ перспективных электромеханических преобразователей энергии. Отмечено, что одним из перспективных направлений развития тяговых электромеханических преобразователей энергии (ЭМП) является применение синхронных электрических машин с возбуждением от постоянных магнитов.

Однако малый рабочий объем, и стремление экономии активных материалов приводят к повышению электромагнитных нагрузок в ЭМП и, как следствие, создание зон высоких насыщений в участках магнитопровода и повышение влияния неравномерности воздушного зазора при различных режимах работы.

В работе поставлена цель: разработать математическую модель высокоиспользуемого синхронного электромеханического преобразователя энергии с возбуждением от постоянных магнитов.

Большинство ЭМП рассматриваемого типа создаются трехфазными, поэтому в работе рассмотрена модель на примере трехфазного синхронного ЭМП. При создании модели принято допущение: запасенная электромагнитная энергия, используемая для описания ЭМП, рассматривается лишь как энергия поля нулевого порядка или энергия статического магнитного поля [3]. Энергией электростатического поля пренебрегают, что позволяет не учитывать влияние емкостей внутри обмоток и между ними. Таким образом, ЭМП можно представить в виде системы имеющей  $N$  электрических и  $M$  механических входов (координат). Для большинства ЭМП современных и перспективных типов число механических входов (валов, якорей) равно единице. Поэтому в дальнейшем будем рассматривать только ЭМП с одним механическим

входом (см. рис. 1).

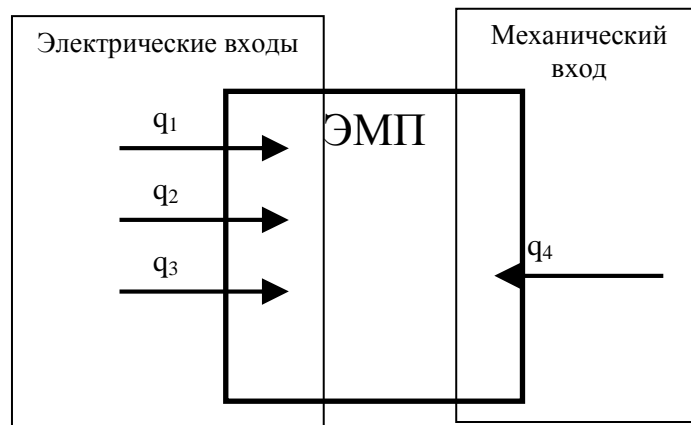


Рис. 1 - Структурная схема ЭМП

Выберем следующие обобщенные энергетические параметры ЭМП: обобщенная координата  $q_k$ , обобщенная скорость  $\dot{q}_k$ , обобщенный импульс силы  $p_k$ , обобщенная сила  $f_k$ . Для механической системы вообще не возникает сомнений, что понимать под координатой, скоростью, силой или импульсом. Иная же ситуация возникает при выборе электрических координат.

Запасенная электрическая энергии электрической системы есть либо потенциальная энергия либо кинетическая коэнергия. Это означает, что если определить заряд  $q$  как обобщенную координату  $q_k$ , то электрическая запасенная энергия будет определена как потенциальная. Если электрическая запасенную энергию взять в качестве потенциальной, то магнитную запасенную энергию нужно брать в качестве кинетической. Это является следствием динамических соотношений, существующих для переменных обобщенных электрических координат  $q, i, u, \psi$ .

Если рассматривается действие неконсервативной силы  $Q_k$  по  $k$ -ой координате  $q_k$  совместно с консервативными силами системы, то согласно принципу Даламбера при динамическом равновесии сумма всех сил, включая неконсервативные, должна равняться нулю. Поэтому уравнение Лагранжа имеет следующий вид [3]

$$\frac{\partial L}{\partial q_k} - \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k} \right) - \left( \frac{\partial F}{\partial \dot{q}_k} \right) + Q_k = 0 \quad (1)$$

где  $L$ - силовая функция Лагранжа,  $F$ - релеева функция, описывающая потери в системе.

После определения обобщенных координат выбираем силовую функцию Лагранжа или лагранжиан,  $L(q, \dot{q}, t)$ , который будем использовать для получения уравнений движения. Лагранжиан определяется как разность между кинетической коэнергией  $T$  и потенциальной энергией  $V$ , т.е.

$$L = T - V \quad (2)$$

Основные энергетические параметры согласно [3] трехфазных синхронных ЭМП представлены в табл. 1.

Таблица 1.

Основные энергетические параметры ЭМП

Тип координаты	Электрическая	Электрическая	Электрическая	Механическая
$k$	1	2	3	4
$q_k$	$q_A$	$q_B$	$q_C$	$\gamma$
$q'_k$	$i_A$	$i_B$	$i_C$	$\omega$
$\delta_k$	$\psi_A$	$\psi_B$	$\psi_C$	$J\omega$
$-f_k$	0	0	0	0
$Q_k$	$e_A$	$e_B$	$e_C$	$M_C$

Через обобщенные координаты запишем выражения для консервативного лагранжиана по (1)

$$L = T - V = \frac{1}{2} \cdot J \omega^2 + \int_0^{i_A} \Psi_A(i_A, i_B, i_C, \gamma) di_A + \int_0^{i_B} \Psi_B(i_A, i_B, i_C, \gamma) di_B + \int_0^{i_C} \Psi_C(i_A, i_B, i_C, \gamma) di_C \quad (3)$$

Запишем релееву функцию потерь для трехфазного ЭМП:

$$F = \frac{1}{2} r_A i_A^2 + \frac{1}{2} r_B i_B^2 + \frac{1}{2} r_C i_C^2 + \frac{1}{2} \alpha \omega^2. \quad (4)$$

Подстановка вышеописанного в уравнение Лагранжа дает следующие уравнения:

$$\begin{aligned} e_A - \frac{d\Psi_A}{dt} - \frac{d}{dt} \left[ \frac{\partial \left( \int_0^{i_B} \Psi_B(i_A, i_B, i_C, \gamma) di_B + \int_0^{i_C} \Psi_C(i_A, i_B, i_C, \gamma) di_C \right)}{\partial i_A} \right] - r_A i_A &= 0 \\ e_B - \frac{d\Psi_B}{dt} - \frac{d}{dt} \left[ \frac{\partial \left( \int_0^{i_A} \Psi_A(i_A, i_B, i_C, \gamma) di_A + \int_0^{i_C} \Psi_C(i_A, i_B, i_C, \gamma) di_C \right)}{\partial i_B} \right] - r_B i_B &= 0 \\ e_C - \frac{d\Psi_C}{dt} - \frac{d}{dt} \left[ \frac{\partial \left( \int_0^{i_A} \Psi_A(i_A, i_B, i_C, \gamma) di_A + \int_0^{i_B} \Psi_B(i_A, i_B, i_C, \gamma) di_B \right)}{\partial i_C} \right] - r_C i_C &= 0 \end{aligned} \quad (5)$$

$$\left[ \frac{\partial \left( \int_0^{i_A} \Psi_A(i_A, i_B, i_C, \gamma) di_A \right)}{\partial \gamma} + \frac{\partial \left( \int_0^{i_B} \Psi_B(i_A, i_B, i_C, \gamma) di_B \right)}{\partial \gamma} + \right. \\ \left. + \frac{\partial \left( \int_0^{i_C} \Psi_C(i_A, i_B, i_C, \gamma) di_C \right)}{\partial \gamma} \right] - J \frac{d\omega}{dt} - \alpha \omega + M_C = 0 \quad (6)$$

Выражение  $\frac{\partial \left( \int_0^{i_A} \Psi_A(i_A, i_B, i_C, \gamma) di_A \right)}{\partial \gamma} + \frac{\partial \left( \int_0^{i_B} \Psi_B(i_A, i_B, i_C, \gamma) di_B \right)}{\partial \gamma} + \frac{\partial \left( \int_0^{i_C} \Psi_C(i_A, i_B, i_C, \gamma) di_C \right)}{\partial \gamma}$

определяет электромагнитный момент трехфазного ЭМП ( $M_e$ ).

Для получения математической модели относительно токов выражения для тока в фазах ЭМП в уравнениях электрического равновесия произведем следующую замену:

$$\Psi'_A = \left( \Psi_A + \frac{\partial \left( \int_0^{i_B} \Psi_B(i_A, i_B, i_C, \gamma) di_B + \int_0^{i_C} \Psi_C(i_A, i_B, i_C, \gamma) di_C \right)}{\partial i_A} \right) \quad (7)$$

$$\Psi'_B = \left( \Psi_B + \frac{\partial \left( \int_0^{i_A} \Psi_A(i_A, i_B, i_C, \gamma) di_A + \int_0^{i_C} \Psi_C(i_A, i_B, i_C, \gamma) di_C \right)}{\partial i_B} \right) \quad (8)$$

$$\Psi'_C = \left( \Psi_C + \frac{\partial \left( \int_0^{i_A} \Psi_A(i_A, i_B, i_C, \gamma) di_A + \int_0^{i_B} \Psi_B(i_A, i_B, i_C, \gamma) di_B \right)}{\partial i_C} \right) \quad (9)$$

После преобразования получим следующую систему уравнений электрического баланса:

$$\begin{cases} e_A - \frac{d\Psi'_A}{dt} - r_A i_A = 0 \\ e_B - \frac{d\Psi'_B}{dt} - r_B i_B = 0 \\ e_C - \frac{d\Psi'_C}{dt} - r_C i_C = 0 \end{cases} \quad (10)$$

Поскольку в нашем случае потокосцепление – это сложная функция, которая зависит от четырёх переменных  $(i_A, i_B, i_C, \gamma)$ , то преобразовав (10) и решив его относительно производных токов получим:

$$\frac{di_A}{dt} = \frac{\begin{bmatrix} e_A - \frac{\partial \Psi'_A}{\partial \gamma} \cdot \omega - r_A i_A \\ e_B - \frac{\partial \Psi'_B}{\partial \gamma} \cdot \omega - r_B i_B \\ e_C - \frac{\partial \Psi'_C}{\partial \gamma} \cdot \omega - r_C i_C \end{bmatrix} \begin{vmatrix} \frac{\partial \Psi'_A}{\partial i_B} & \frac{\partial \Psi'_A}{\partial i_C} \\ \frac{\partial \Psi'_B}{\partial i_B} & \frac{\partial \Psi'_B}{\partial i_C} \\ \frac{\partial \Psi'_C}{\partial i_B} & \frac{\partial \Psi'_C}{\partial i_C} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \frac{\partial \Psi'_A}{\partial i_A} & \frac{\partial \Psi'_A}{\partial i_B} & \frac{\partial \Psi'_A}{\partial i_C} \\ \frac{\partial \Psi'_B}{\partial i_A} & \frac{\partial \Psi'_B}{\partial i_B} & \frac{\partial \Psi'_B}{\partial i_C} \\ \frac{\partial \Psi'_C}{\partial i_A} & \frac{\partial \Psi'_C}{\partial i_B} & \frac{\partial \Psi'_C}{\partial i_C} \end{vmatrix}} \quad (11)$$

Выражения для токов других фаз аналогичны.

Введём следующие обозначения:  $D$  – знаменатель в формулах (11),  $D_A, D_B, D_C$  – числители в формулах (11) для соответствующих токов.

Для идентификации параметров (11) необходимо установить зависимости между потокосцеплениями фаз  $\Psi_A$ ,  $\Psi_B$  и  $\Psi_C$  с одной стороны обобщенными координатами и их производными с другой стороны. Для чего нами предлагается провести комплекс цифровых экспериментов и определить эти зависимости. Для определения значения потокосцеплений предлагается проводить расчет магнитного поля СДПМ в двумерной постановке с использованием метода конечных элементов для плоскопараллельной задачи. По результатам анализа магнитного поля можно определить значения потокосцеплений фаз трехфазного синхронного ЭМП и значение электромагнитного момента.

На рис. 2 представлены рабочие области расчета магнитного поля методом конечных элементов, выбраны материалы областей. Затем предлагается провести комплекс цифровых экспериментов по расчету магнитного поля при различных угловых координатах (от 0 до 360 эл. град) и при различных токах фаз. Расчетная область представлена на рис. 2. По результатам получены значения потокосцепления фаз статора и электромагнитный момент двигателя согласно методикам [4].

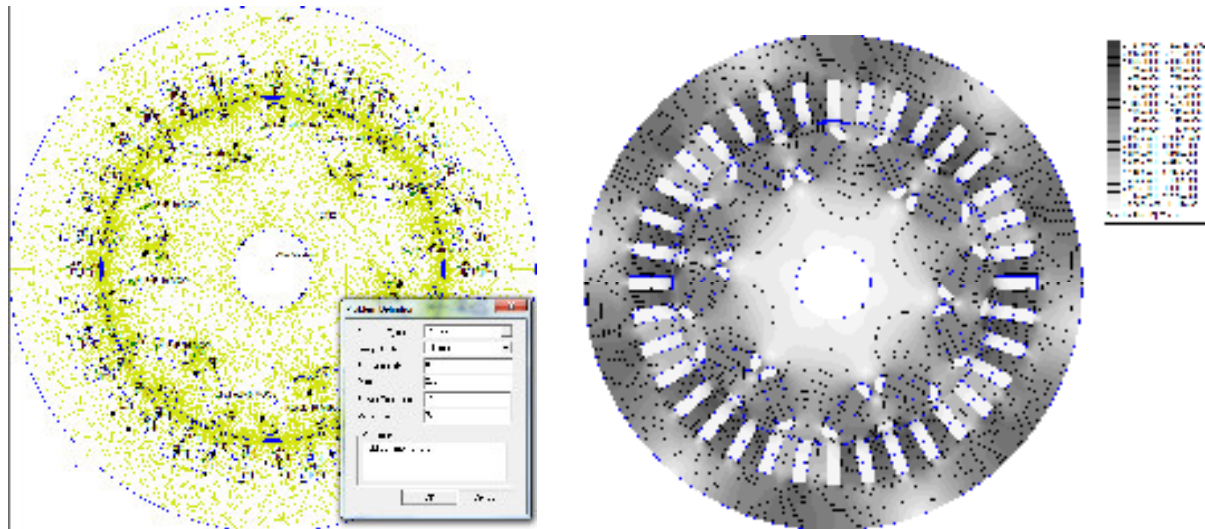


Рис. 2 - Расчетная область и результаты расчетов синхронного ЭМП с возбуждением от постоянных магнитов методом конечных элементов

Для получения непрерывных зависимостей потокоцеплений результаты цифрового моделирования предлагаем аппроксимировать.

Общий вид полинома, который описывает функцию потокоцепления фазы А имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \Psi_A(i_A, i_B, i_C, \gamma) = & \\ = w \sum_{l=1}^m \left[ \left( \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \sum_{k=0}^n aa_{ijk} (i_A M + Z)^i (i_B M + Z)^j (i_C M + Z)^k \right) \times \right. & \\ \times \cos(\omega \gamma) + \left( \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \sum_{k=0}^n ab_{ijk} (i_A M + Z)^i (i_B M + Z)^j (i_C M + Z)^k \right) & \\ \left. \times \sin(\omega \gamma) + w \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \sum_{k=0}^n ac_{ijk} (i_A M + Z)^i (i_B M + Z)^j (i_C M + Z)^k \right] & \quad (12) \end{aligned}$$

где  $aa_{ijk}, ab_{ijk}, ac_{ijk}, ba_{ijk}, bb_{ijk}, bc_{ijk}, ca_{ijk}, cb_{ijk}, cc_{ijk}$  коэффициенты полинома для фазы А, В и С соответственно, определенные с использованием полиномов Чебышева на множестве равноудаленных точек;  $w$  — количество витков обмотки одной фазы;  $\omega$  — угловая частота первой гармоники потока,  $M$  и  $Z$  — масштабные коэффициенты и смещения.

Аналогичный вид имеют полиномы описывающие потокоцепления фаз В, С и электромагнитный момент.

В уравнениях системы (11) необходимо интегрировать и дифференцировать функции потокоцепления по токам фаз и углу поворота ротора. Используемая для аппроксимации регрессионная модель позволяет проводить аналитические дифференцирования и интегрирования потокоцеплений, как по токам, так и по углу поворота.

Для определения порядка регрессионной модели описывающей цифровой эксперимент предлагается оценить результаты аппроксимации и сравнить их с результатами цифрового эксперимента по критерию максимального отклонения. Для

рассматриваемой геометрии рациональным является  $n=5$ , а  $l=9$  при этом максимальное отклонение не превышает 3%, что является допустимым.

При интегрировании системы дифференциальных уравнений (11) на каждом шаге интегрирования необходимо определение как минимум один раз выражений (12), что требует значительных затрат машинного времени. Поэтому нами предлагается понизить порядок математической модели без упрощения определяющих факторов. Для этого в уравнениях (11) раскроем определители и представим их в следующем виде:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{di_A}{dt} &= \frac{Aa(i_A, i_B, i_C, \gamma)}{D(i_A, i_B, i_C, \gamma)} e_A + \frac{Ba(i_A, i_B, i_C, \gamma)}{D(i_A, i_B, i_C, \gamma)} e_B + \\ &+ \frac{Ca(i_A, i_B, i_C, \gamma)}{D(i_A, i_B, i_C, \gamma)} e_C + \frac{Ka(i_A, i_B, i_C, \gamma)}{D(i_A, i_B, i_C, \gamma)} \omega + \frac{Laa(i_A, i_B, i_C, \gamma)}{D(i_A, i_B, i_C, \gamma)} i_A R_A + \\ &+ \frac{Lab(i_A, i_B, i_C, \gamma)}{D(i_A, i_B, i_C, \gamma)} i_B R_B + \frac{Lac(i_A, i_B, i_C, \gamma)}{D(i_A, i_B, i_C, \gamma)} i_C R_C \\ \\ \frac{di_B}{dt} &= \frac{Ab(i_A, i_B, i_C, \gamma)}{D(i_A, i_B, i_C, \gamma)} e_A + \frac{Bb(i_A, i_B, i_C, \gamma)}{D(i_A, i_B, i_C, \gamma)} e_B + \\ &+ \frac{Cb(i_A, i_B, i_C, \gamma)}{D(i_A, i_B, i_C, \gamma)} e_C + \frac{Kb(i_A, i_B, i_C, \gamma)}{D(i_A, i_B, i_C, \gamma)} \omega + \frac{Lba(i_A, i_B, i_C, \gamma)}{D(i_A, i_B, i_C, \gamma)} i_A R_A + \\ &+ \frac{Lbb(i_A, i_B, i_C, \gamma)}{D(i_A, i_B, i_C, \gamma)} i_B R_B + \frac{Lbc(i_A, i_B, i_C, \gamma)}{D(i_A, i_B, i_C, \gamma)} i_C R_C \\ \\ \frac{di_C}{dt} &= \frac{Ac(i_A, i_B, i_C, \gamma)}{D(i_A, i_B, i_C, \gamma)} e_A + \frac{Bc(i_A, i_B, i_C, \gamma)}{D(i_A, i_B, i_C, \gamma)} e_B + \\ &+ \frac{Cc(i_A, i_B, i_C, \gamma)}{D(i_A, i_B, i_C, \gamma)} e_C + \frac{Kc(i_A, i_B, i_C, \gamma)}{D(i_A, i_B, i_C, \gamma)} \omega + \frac{Lca(i_A, i_B, i_C, \gamma)}{D(i_A, i_B, i_C, \gamma)} i_A R_A + \\ &+ \frac{Lcb(i_A, i_B, i_C, \gamma)}{D(i_A, i_B, i_C, \gamma)} i_B R_B + \frac{Lcc(i_A, i_B, i_C, \gamma)}{D(i_A, i_B, i_C, \gamma)} i_C R_C \\ \\ M_e(i_A, i_B, i_C, \gamma) - \alpha \omega - M_C &= J \frac{d\omega}{dt} \\ \omega &= \frac{d\gamma}{dt} \end{aligned} \right. \quad (13).$$

где:

$$Aa(i_A, i_B, i_C, \gamma) = \frac{\partial \Psi'_B}{\partial i_B} \frac{\partial \Psi'_C}{\partial i_C} - \frac{\partial \Psi'_B}{\partial i_C} \frac{\partial \Psi'_C}{\partial i_B},$$

$$Ba(i_A, i_B, i_C, \gamma) = \frac{\partial \Psi'_A}{\partial i_C} \frac{\partial \Psi'_C}{\partial i_B} - \frac{\partial \Psi'_A}{\partial i_B} \frac{\partial \Psi'_C}{\partial i_C},$$

$$Ca(i_A, i_B, i_C, \gamma) = \frac{\partial \Psi'_A}{\partial i_B} \frac{\partial \Psi'_B}{\partial i_C} - \frac{\partial \Psi'_A}{\partial i_C} \frac{\partial \Psi'_B}{\partial i_B}$$

$$\begin{aligned}
 Ka(i_A, i_B, i_C, \gamma) &= \frac{\partial \Psi'_A}{\partial i_C} \frac{\partial \Psi'_B}{\partial i_B} \frac{\partial \Psi'_C}{\partial \gamma} + \frac{\partial \Psi'_B}{\partial i_C} \frac{\partial \Psi'_C}{\partial i_B} \frac{\partial \Psi'_A}{\partial \gamma} + \\
 &+ \frac{\partial \Psi'_B}{\partial \gamma} \frac{\partial \Psi'_A}{\partial i_B} \frac{\partial \Psi'_C}{\partial i_C} - \frac{\partial \Psi'_B}{\partial i_B} \frac{\partial \Psi'_C}{\partial i_C} \frac{\partial \Psi'_A}{\partial \gamma} - \frac{\partial \Psi'_A}{\partial i_B} \frac{\partial \Psi'_B}{\partial i_C} \frac{\partial \Psi'_C}{\partial \gamma} - \frac{\partial \Psi'_C}{\partial i_B} \frac{\partial \Psi'_B}{\partial \gamma} \frac{\partial \Psi'_A}{\partial i_C} \\
 Laa(i_A, i_B, i_C, \gamma) &= \frac{\partial \Psi'_B}{\partial i_C} \frac{\partial \Psi'_C}{\partial i_B} - \frac{\partial \Psi'_B}{\partial i_B} \frac{\partial \Psi'_C}{\partial i_C} \\
 Lab(i_A, i_B, i_C, \gamma) &= \frac{\partial \Psi'_C}{\partial i_C} \frac{\partial \Psi'_A}{\partial i_B} - \frac{\partial \Psi'_A}{\partial i_C} \frac{\partial \Psi'_C}{\partial i_B} \\
 Lac(i_A, i_B, i_C, \gamma) &= \frac{\partial \Psi'_A}{\partial i_C} \frac{\partial \Psi'_B}{\partial i_B} - \frac{\partial \Psi'_A}{\partial i_B} \frac{\partial \Psi'_B}{\partial i_C} \\
 D(i_A, i_B, i_C, \gamma) &= \frac{\partial \Psi'_A}{\partial i_A} \cdot \frac{\partial \Psi'_B}{\partial i_B} \cdot \frac{\partial \Psi'_C}{\partial i_C} + \frac{\partial \Psi'_A}{\partial i_B} \cdot \frac{\partial \Psi'_B}{\partial i_C} \cdot \frac{\partial \Psi'_C}{\partial i_A} + \frac{\partial \Psi'_A}{\partial i_C} \cdot \frac{\partial \Psi'_B}{\partial i_A} \cdot \frac{\partial \Psi'_C}{\partial i_B} - \\
 &- \frac{\partial \Psi'_A}{\partial i_C} \cdot \frac{\partial \Psi'_B}{\partial i_B} \cdot \frac{\partial \Psi'_C}{\partial i_A} - \frac{\partial \Psi'_A}{\partial i_A} \cdot \frac{\partial \Psi'_B}{\partial i_C} \cdot \frac{\partial \Psi'_C}{\partial i_B} - \frac{\partial \Psi'_A}{\partial i_B} \cdot \frac{\partial \Psi'_B}{\partial i_A} \cdot \frac{\partial \Psi'_C}{\partial i_C}
 \end{aligned}$$

Остальные коэффициенты в (13) для других фаз найдены аналогично. Для понижения порядка модели (13) повторно аппроксимируем выражения:

$$\begin{aligned}
 f_{u1,1} &= \frac{Aa}{D}, f_{u1,2} = \frac{Ba}{D}, f_{u1,3} = \frac{Ca}{D}, \\
 f_{u2,1} &= \frac{Ab}{D}, f_{u2,2} = \frac{Bb}{D}, f_{u2,3} = \frac{Cb}{D}, \\
 f_{u3,1} &= \frac{Ac}{D}, f_{u3,2} = \frac{Bc}{D}, f_{u3,3} = \frac{Cc}{D}, \\
 f_{r1,1} &= \frac{Laa}{D}, f_{r1,2} = \frac{Lab}{D}, f_{r1,3} = \frac{Lac}{D}, \\
 f_{r2,1} &= \frac{Lba}{D}, f_{r2,2} = \frac{Lbb}{D}, f_{r2,3} = \frac{Lbc}{D}, \\
 f_{r3,1} &= \frac{Lca}{D}, f_{r3,2} = \frac{Lcb}{D}, f_{r3,3} = \frac{Lcc}{D}, \\
 f_{\omega 1} &= \frac{Ka}{D}, f_{\omega 2} = \frac{Kb}{D}, f_{\omega 3} = \frac{Kc}{D},
 \end{aligned} \tag{14}$$

полиномами аналогичными по структуре полиномам, применяемым для аппроксимации потокосцеплений и электромагнитного момента. Для определения их коэффициентов проведен комплекс цифровых экспериментов при тех же значениях токов и угла поворота ротора, что и при расчетах магнитного поля. Дискретные значения результатов эксперимента аппроксимируем полиномами Чебышева на множестве равноудаленных точек.

В результате математическая модель синхронного ЭМП с возбуждением от постоянных магнитов в окончательном виде представляет собой систему дифференциальных уравнений (15):



$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{di_1}{dt} = \sum_{k=1}^3 f_{u1,k} e_k - \sum_{k=1}^3 f_{r1,k} i_k R_k - f_{\omega 1} \omega \\ \frac{di_2}{dt} = \sum_{k=1}^3 f_{u2,k} e_k - \sum_{k=1}^3 f_{r2,k} i_k R_k - f_{\omega 2} \omega \\ \frac{di_3}{dt} = \sum_{k=1}^3 f_{u3,k} e_k - \sum_{k=1}^3 f_{r3,k} i_k R_k - f_{\omega 3} \omega \\ \frac{d\omega}{dt} = \frac{M_e(i_1, i_2, i_3, \gamma) - \alpha\omega + M_c(t)}{J} \\ \frac{d\gamma}{dt} = \omega \end{array} \right. \quad (15)$$

где:

$$\begin{aligned} f_u &= \sum_{l=1}^m \left[ \left( \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \sum_{k=0}^n a f_{u_{ijk}} (i_A M + Z)^i (i_B M + Z)^j (i_C M + Z)^k \right) \times \right. \\ &\times \cos(\omega \gamma) + \left. \left( \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \sum_{k=0}^n b f_{u_{ijk}} (i_A M + Z)^i (i_B M + Z)^j (i_C M + Z)^k \right) \right] \\ &\times \sin(\omega \gamma) + \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \sum_{k=0}^n c f_{u_{ijk}} (i_A M + Z)^i (i_B M + Z)^j (i_C M + Z)^k \\ f_r &= \sum_{l=1}^m \left[ \left( \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \sum_{k=0}^n a r_{ijk} (i_A M + Z)^i (i_B M + Z)^j (i_C M + Z)^k \right) \times \right. \\ &\times \cos(\omega \gamma) + \left. \left( \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \sum_{k=0}^n b r_{ijk} (i_A M + Z)^i (i_B M + Z)^j (i_C M + Z)^k \right) \right] \\ &\times \sin(\omega \gamma) + \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \sum_{k=0}^n c r_{ijk} (i_A M + Z)^i (i_B M + Z)^j (i_C M + Z)^k \\ f_{\omega} &= \sum_{l=1}^m \left[ \left( \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \sum_{k=0}^n a \omega_{ijk} (i_A M + Z)^i (i_B M + Z)^j (i_C M + Z)^k \right) \times \right. \\ &\times \cos(\omega \gamma) + \left. \left( \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \sum_{k=0}^n b \omega_{ijk} (i_A M + Z)^i (i_B M + Z)^j (i_C M + Z)^k \right) \right] \\ &\times \sin(\omega \gamma) + \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \sum_{k=0}^n c \omega_{ijk} (i_A M + Z)^i (i_B M + Z)^j (i_C M + Z)^k \end{aligned}$$

На рис. 3 представлен процесс моделирования ЭМП в режиме генератора. Для решения системы (15) Применен метод решения – Рунге-Куты. Как видно из графиков электромагнитный момент имеет пульсирующую (зубчатую) составляющую, которую позволяет учесть разработанная математическая модель. Расчетное время составляет 32 с при времени моделирования 0,1с на компьютере с процессором Core 2 duo 2,2 ГГц.

**Вывод:** Предложенная математическая модель синхронного электромеханического преобразователя энергии с возбуждением от постоянных магнитов позволяет: учитывать распределение магнитного поля в воздушном зазоре с учетом зубчатости и геометрии паза статора; учитывать области локальных насыщений в конструктивных элементах ротора, предназначенных для крепления постоянных

магнитов; имеет достаточно низкий порядок ввиду аппроксимации коэффициентов модели непрерывными полиномиальными функциями; решение системы дифференциальных уравнений математической модели возможно стандартными методами и не требует значительных затрат машинного (расчетного) времени благодаря использованию при аппроксимации непрерывных полиномиальных функций предложенного типа.

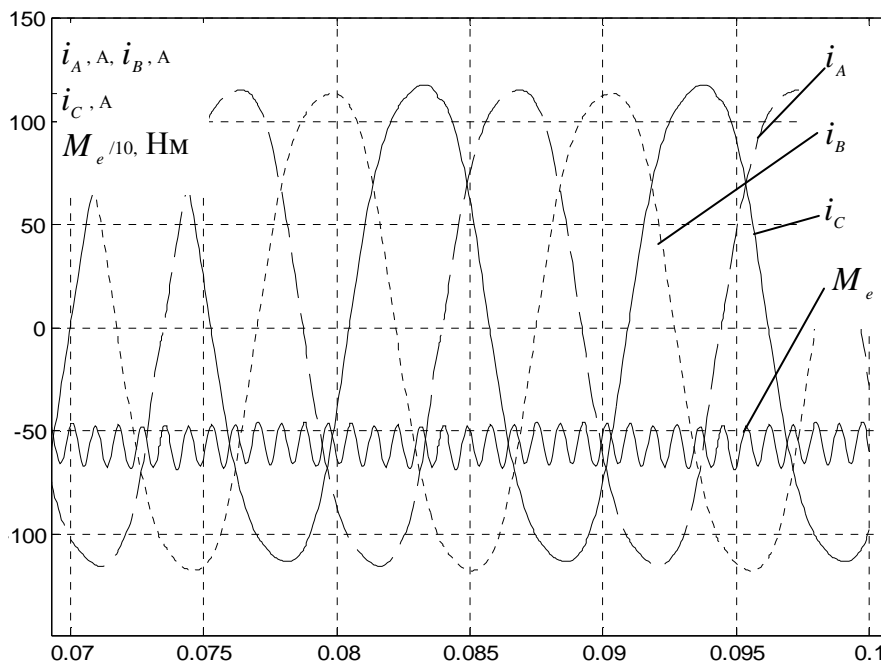


Рис. 3 - Результаты моделирования ЭМП в режиме генератора.

### Литература

1. Корниенко В. В. Высокоскоростной электрический транспорт. Мировой опыт [Текст] / В. В. Корниенко, В. И. Омеляненко – Харьков: НТУ «ХПИ», 2007. – 159 с.
2. Рябов Е.С. Электродвигатели для перспективного электроподвижного состава / В.И. Омеляненко, Б.Г. Любарский, Рябов Е. С, А. В Демидов, Т. В. Глебова // Локомотив-інформ. – 2008. – №1. – С. 16–19.
3. Уайт Д. Электромеханическое преобразование энергии / Д. Уайт, Г. Вудсон – Москва: Издательство «Энергия», 1964. – с.528.
4. <http://femm.berlios.de>

### МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ СИНХРОННОГО ТЯГОВОГО ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНОГО ПЕРЕТВОРЮВАЧА З ЗБУДЖЕННЯМ ВІД ПОСТІЙНИХ МАГНІТІВ

Б. Г. Любарський

*Наведено математичну модель високовикористовуваного синхронного електромеханічного перетворювача з збудженням від постійних магнітів.*

### THE MATHEMATICAL MODEL OF SYNCHRONOUS TRACTION ELECTROMECHANICAL TRANSDUCER WITH PERMANENT MAGNET EXCITATION.

B.G. Lyubarskiy

*The mathematical model used is highly synchronous electromechanical transducer with permanent magnet excitation.*